# CONTROLE LONGITUDINAL DE UMA AERONÁVE FLEXÍVEL UTILIZANDO H∞ COM REALIMENTAÇÃO ESTÁTICA DE SAÍDA

# Hugo R. B. V. de Oliveira, oliveira.hugo@gmail.com

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - São José dos Campos - SP

### Pedro Paglione, paglione@ita.br

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - São José dos Campos - SP

### Fernando J. O. Moreira, fernando.jomoreira@gmail.com

**Abstract.** Este trabalho tem como objetivo apresentar uma aplicação da técnica H-infinito por realimentação estática de saída ao modelo de uma aeronave flexível. Para a realimentação dos modos estruturais a técnica de medição indireta por razão de arfagem é utilizada. A atuação sobre a estrutura flexível utiliza uma superfície de controle específica para controle estrutural. O trabalho também objetiva demonstrar a eficiência e robustez do controlador projetado com base em um modelo simplificado sem atuadores e com apenas um modo estrutural, controlando um modelo de fidelidade maior (com atuadores e quatro modos estruturais).

Palavras chave: aeronaves flexíveis, controle robusto, controle de modos estruturais

# 1. INTRODUÇÃO

Um objetivo permanente da indústria aeronáutica é tornar as aeronaves mais leves e, por conseqüência, mais econômicas. Este objetivo possui o efeito secundário de evidenciar as características elásticas da estrutura. Durante a guerra fria o governo dos Estados Unidos desenvolveu um bombardeiro supersônico longo e leve, o Rockwell B-1, cuja flexibilidade estrutural levava a qualidade de vôo natural (não controlada) bastante ruim (Waszak e Schimidt, 1985).

Em (Waszak, Davidson e Schimidt, 1987) um modelo que integra as dinâmicas de corpo rígido e a dinâmica estrutural do B-1 é implementado com o objetivo de estudar o impacto da alta flexibilidade na qualidade de vôo deste tipo de aeronave.

Em (Waszak, Schimidt, 1988) e (Schimidt e Raney, 1998) são apresentadas as bases teóricas para a modelagem de aeronaves flexíveis usando o método de energia (equações de Lagrange). As premissas que permitem o desenvolvimento com relativa simplicidade e de compreensão intuitiva são: 1) a existência de um sistema de coordenadas (eixo médio) no qual deslocamentos elásticos não alteram o momento linear e o momento angular do corpo; 2) O comportamento elástico linear; 3) A constância da matriz de inércia em função dos deslocamentos elásticos relativamente pequenos; 4) Efeitos aerodinâmicos de primeira ordem ("aerodinâmica estacionária"); 5) escoamento bidimensional (geralmente verdadeiro para asas de alto alongamento).

Em (Cardoso, 2007) o modelo apresentado em (Waszak, Davidson e Schimidt, 1987) é implementado em Matlab. O modelo possui apenas um modo estrutural assim como a referência original.

Em (Gregory, 1998) um controlador por inversão dinâmica com atenuação de modos estruturais é apresentado. No mesmo trabalho é apresentada uma técnica para a estimativa em tempo real do valor da coordenada generalizada modal.

Em (Gadewadikar, Lewis e Abu-Khalaf, 2006) são apresentadas condições necessárias, suficientes e testáveis para o problema de realimentação de saída estática utilizando otimização de um critério H-infinito. Um algoritmo simples é apresentado para o qual não é necessário um ganho inicial estabilizante.

Neste trabalho o modelo de (Waszak, Davidson e Schimidt, 1987) implementado por (Cardoso, 2007) é ampliado com modos adicionais e controlado utilizando a metodologia de (Gadewadikar, Lewis e Abu-Khalaf, 2006). A medição do primeiro modo estrutural é conseguida pela técnica apresentada em (Gregory, 1998) e a simulação de controle é aplicada em um modelo mais completo.

# 2. AERONAVE

O B1-B é um bombardeiro supersônico desenvolvido como arma nuclear durante a guerra fria. Suas asas com enflechamento variável e outras características aerodinâmicas o permite carregar uma carga paga próxima ao B52 e ao mesmo tempo desempenhar velocidades supersônicas. As grandes dimensões desta aeronave junto com sua estrutura leve tornam as freqüências dos primeiros modos estruturais tão baixas que a dinâmica estrutural tem grande interferência na dinâmica rotacional (período curto) e inclusive translacional (fugoidal).

#### 2.1. O modelo

A modelagem da aeronave B1 é apresentada em (Waszak, Schimidt, 1988) e (Schimidt e Raney, 1998) e implementada por (Cardoso, 2007). Neste trabalho o modelo implementado em trabalho anterior é adaptado à ferramenta Simulink e atualizado com dados de três modos simétricos adicionais obtidos em (Waszak e Schimidt, 1985)

e (Waszak e Schimidt, 1988). A base para o desenvolvimento do modelo é a decomposição modal, o eixo médio e a teoria das cordas. O conjunto de equações (1) são as equações do movimento da aeronave elástica. Estas separam a dinâmica estrutural da modelagem de corpo rígido com acoplamento a partir das Eqs. (2) que são as forças generalizadas.

$$m(\dot{u} - rv + qw + gsen\theta) = Q_X$$

$$m(\dot{v} + ru - pw - g\cos\theta sen\phi) = Q_Y$$

$$m(\dot{w} - qu + pv - g\cos\theta cos\phi) = Q_Z$$

$$l_{xx}\dot{p} - (l_{yy} - l_{zz})qr + l_{xz}(-pq - \dot{r}) = Q_{\phi B}$$

$$l_{yy}\dot{q} + (l_{xx} - l_{zz})pr + (p^2 - r^2)l_{xz} = Q_{\theta B}$$

$$l_{zz}\dot{r} + l_{xz}(\dot{p} + q) + (l_{yy} - l_{xx})pq = Q_{\psi B}$$

$$\mu_i(\ddot{\eta}_i + 2\xi\omega_{n,i}\dot{\eta}_i + \omega_{n,i}^2\eta_i) = Q_{\eta_i}$$
(1)

$$\begin{split} Q_{x} &= \frac{1}{2} \rho V^{2} S(C_{x0} + C_{x\alpha} \alpha + C_{x\delta} \delta + \sum_{i=1}^{n} C_{X\eta_{i}} \eta_{i}) + \frac{1}{4} \rho V S \bar{c} \left( C_{X\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + C_{Xq} q + \sum_{i=1}^{n} C_{X\eta_{i}} \eta_{i} \right) + T_{X} \\ Q_{Y} &= \frac{1}{2} \rho V^{2} S(C_{Y0} + C_{Y\beta} \beta + C_{Y\delta} \delta + \sum_{i=1}^{n} C_{Y\eta_{i}} \eta_{i}) + \frac{1}{4} \rho V S b \left( \sum_{i=1}^{n} C_{Y\eta_{i}} \eta_{i} \right) + T_{Y} \\ Q_{Z} &= \frac{1}{2} \rho V^{2} S(C_{Z0} + C_{Z\alpha} \alpha + C_{Z\delta} \delta + \sum_{i=1}^{n} C_{Z\eta_{i}} \eta_{i}) + \frac{1}{4} \rho V S \bar{c} \left( C_{Z\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + C_{Zq} q + \sum_{i=1}^{n} C_{Z\eta_{i}} \eta_{i} \right) + T_{Z} \\ Q_{\phi B} &= \frac{1}{2} \rho V^{2} S b (C_{L0} + C_{L\beta} \beta + C_{L\delta} \delta + \sum_{i=1}^{n} C_{L\eta_{i}} \eta_{i}) + \frac{1}{4} \rho V S \bar{c}^{2} (C_{Lp} p + C_{Lr} r + \sum_{i=1}^{n} C_{L\dot{\eta}_{i}} \dot{\eta}_{i}) + L_{T} \\ Q_{\theta B} &= \frac{1}{2} \rho V^{2} S \bar{c} (C_{M0} + C_{M\alpha} \alpha + C_{M\delta} \delta + \sum_{i=1}^{n} C_{M\eta_{i}} \eta_{i}) + \frac{1}{4} \rho V S \bar{c}^{2} (C_{M\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + C_{Mq} q + \sum_{i=1}^{n} C_{M\dot{\eta}_{i}} \dot{\eta}_{i}) + M_{T} \\ Q_{\psi B} &= \frac{1}{2} \rho V^{2} S \bar{c} (C_{N0} + C_{N\beta} \beta + C_{N\delta} \delta + \sum_{i=1}^{n} C_{N\eta_{i}} \eta_{i}) + \frac{1}{4} \rho V S \bar{c}^{2} (C_{Np} p + C_{Nr} r + \sum_{i=1}^{n} C_{N\dot{\eta}_{i}} \dot{\eta}_{i}) + N_{T} \\ Q_{\psi B} &= \frac{1}{2} \rho V^{2} S \bar{c} (C_{N0} + C_{N\beta} \beta + C_{N\delta} \delta + \sum_{i=1}^{n} C_{N\eta_{i}} \eta_{i}) + \frac{1}{4} \rho V S \bar{b}^{2} (C_{Np} p + C_{Nr} r + \sum_{i=1}^{n} C_{N\dot{\eta}_{i}} \dot{\eta}_{i}) + N_{T} \\ Q_{\eta_{i}} &= \frac{\rho V_{o}^{2} S \bar{c}}{2} (C_{0}^{\eta_{i}} + C_{a}^{\eta_{i}} \alpha + C_{\beta}^{\eta_{i}} \beta + C_{\delta}^{\eta_{i}} \delta + \sum_{j=1}^{n} C_{\eta_{j}}^{\eta_{j}} \eta_{j}) \\ &+ \frac{1}{4} \rho V S \bar{b}^{2} \left( C_{a}^{\eta_{i}} \dot{\alpha} + C_{\beta}^{\eta_{i}} \beta + C_{\delta}^{\eta_{i}} \phi + C_{a}^{\eta_{i}} q + C_{r}^{\eta_{i}} r + \sum_{j=1}^{n} C_{\eta_{j}}^{\eta_{j}} \dot{\eta}_{i} \right) \end{split}$$

Os coeficientes  $C_K$  nas Eqs. (2) podem ser divididos em dois grupos:

- 1. coeficientes de corpo rígido: que multiplicam variáveis comuns a modelagem de corpo rígido  $(\alpha, \beta, \delta, p, q, r,...);$
- 2. coeficientes de corpo flexível: que multiplicam  $\eta_i e \dot{\eta}_i$ .

Os métodos de obtenção dos coeficientes de corpo rígidos são bem conhecidos da engenharia aeronáutica e podem envolver simulação de escoamentos (CFD), ensaios em túnel de vento, etc. Já os coeficientes de corpo flexível na forma que são apresentados aqui são simplificações matemáticas com origem nas teorias das faixas. A teoria das faixas assume um escoamento unidirecional nas superfícies sustentadoras e, portanto consegue contabilizar os incrementos nos ângulos de incidência do escoamento nas superfícies ( $\alpha \in \beta$ ) gerados pela deflexão estrutural.

O modelo possui diversos efetuadores influenciando a dinâmica longitudinal e latero-direcional. Por simplicidade esta influência é representada pelo termo único  $C_{K\delta}\delta$  nas Eqs. (2). Dois efetuadores serão utilizados para controle neste trabalho: o profundor e uma superfície de controle de vibrações estruturais simplesmente chamada de *control vane*.

A influência das oscilações estruturais na razão de arfagem medida é dada pela Eq. (3).

$$q_{medido} = q + \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\partial \bar{\phi}_i}{\partial x}\right)_{x = xgiro} \dot{\eta}_i(t)$$
(3)

Desprezando os modos estruturais de maior ordem, a derivada do primeiro modo flexível pode ser aproximada por:

2009 Brazilian Symposium on Aerospace Eng. & Applications Copyright  $\ensuremath{\mathbb{C}}$  2009 by AAB

$$\dot{\eta}_{1}(t) \approx \frac{q_{a} - q_{b}}{\frac{\partial \overline{\phi_{i}}}{\partial x}},\tag{4}$$

onde  $q_a \acute{e}$  a razão de arfagem medida em um ponto onde a derivada da primeira forma modal tem alta amplitude e  $q_b \acute{e}$  a razão de arfagem medida em ponto onde as derivadas das formas modais tem baixa amplitude.

# 3. H∞ POR REALIMENTAÇÃO ESTÁTICA DE SAÍDA

Em (Gadewadikar, Lewis e Abu-Khalaf, 2006), são apresentadas condições suficientes e necessárias para o controle  $H\infty$  utilizando realimentação estática de saída. O problema consiste em minimizar a norma infinita da relação z/d do sistema onde z representa um critério de desempenho e d é uma perturbação do sistema como o da Figura 1.



#### Figura 1: Sistema Controlado

Em outras palavras o problema consiste em encontrar o menor  $\gamma$  que satisfaça:

$$\frac{\int_{0}^{\infty} \|z(t)\|^{2} dt}{\int_{0}^{\infty} \|d(t)\|^{2} dt} = \frac{\int_{0}^{\infty} (x^{T} Q x + u^{T} R u) dt}{\int_{0}^{\infty} (d^{T} d) dt} \le \gamma^{2}$$
(5)

Tal abordagem requer apenas um procedimento iterativo com a solução de uma equação de Riccati e uma operação matricial para a obtenção da matriz K de realimentação. Este algoritmo diferentemente de outros na literatura não requer um valor inicial estabilizante e a convergência é bastante rápida (Gadewadikar, Lewis e Abu-Khalaf, 2006).

- 1. Atribua a  $L_0$ , o valor 0 e escolha  $\gamma$ , Q e R
- 2. Para cada iteração n resolver a equação de Riccati:

$$P_nA + A^TP_n + Q + \left(\frac{1}{\gamma^2}\right)P_nDD^TP_n - P_nBR^{-1}B^TP_n + L_n^TR^{-1}L_n = 0$$

3. Calcular o ganho K e atualizar a matriz L:

$$K_{n+1} = R^{-1}(B^T P_n + L_n)C^T (CC^T)^{-1}$$

$$L_{n+1} = RK_{n+1}C - B^TP_n$$

4. Se  $K_{n+1}$  e  $K_n$  estão suficientemente próximos a solução é K, caso contrário executar 2 novamente

O método de Gadewadikar, Lewis e Abu-Khalaf otimiza a norma infinita de uma relação de saída de desempenho por uma entrada de perturbação. Embora a técnica H∞ pertença ao conjunto de técnicas de controle robusto, a escolha do critério de otimização proposto não garante a estabilidade robusta do sistema. Para tanto um critério específico é necessário.

# 3.1. Critério de robustez da incerteza multiplicativa

Dado um sistema G(s) definido em função da incerteza multiplicativa M(s) e do modelo nominal  $G_n$ :

$$\boldsymbol{G} = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{M}(\boldsymbol{s}))\boldsymbol{G}_{\boldsymbol{n}}(\boldsymbol{s}) \tag{6}$$

a matriz M(s) é desconhecida, no entanto é conhecido um limite superior m( $\omega$ ) para os valores singulares de M(s):

$$\bar{\sigma}(\boldsymbol{M}(\boldsymbol{j}\boldsymbol{\omega})) < m(\boldsymbol{\omega}) \tag{7}$$

Para projetarmos um controlador K(s) que estabilize não somente a planta nominal  $G_n$ , mas todas as plantas G dentro dos limites de incerteza, podemos utilizar o critério da incerteza multiplicativa derivado da teoria de estabilidade de Nyquist e apresentado em (Stevens e Lewis, 2003). Considerando um limite de incerteza  $m(\omega)$  projetaremos o controlador de forma que o número de voltas da função |I + GK| em torno da origem seja igual ao número de pólos instáveis de GK. Esta afirmação é equivalente a seguinte expressão:

$$\bar{\sigma}(\mathbf{G}_{\mathbf{n}}\mathbf{K}(\mathbf{I}+\mathbf{G}_{\mathbf{n}}\mathbf{K})^{-1}) < \frac{1}{\mathbf{m}(\mathbf{s})}$$
(8)

O critério dado pela expressão (6) é suficiente para a estabilidade de qualquer planta G, no entanto este critério carrega um conservadorismo intrínseco por contabilizar o ganho e não a fase do sistema.

# 3.2. Aplicação da técnica

A estrutura de controle proposta é representada pela Figura 2 onde K é uma matriz 2x4 obtida pelo método de Gadewadikar, Lewis e Abu-Khalaf:



Figura 2: Estrutura de controle (diagrama de blocos)

O modelo nominal  $G_n$  é definido a partir da simplificação do modelo completo e com os parâmetros nominais. O modelo completo é linearizado numericamente e truncado no primeiro modo flexível. Os estados relativos à dinâmica latero-direcional são removidos e as matrizes de espaço de estado resultantes são então aumentadas de um integrador do ângulo de arfagem. Esta abordagem permite a utilização da técnica de realimentação estática para o projeto de um controlador dinâmico. As matrizes aumentadas do modelo nominal  $G_n$  são:

2009 Brazilian Symposium on Aerospace Eng. & Applications Copyright  $\textcircled{\mbox{\scriptsize O}}$  2009 by AAB

O modelo nominal se encontra no sistema de coordenadas aerodinâmico, e o estado do sistema é composto pelas variáveis V,  $\alpha$ , q,  $\gamma$ , z,  $\eta_{z1}$ ,  $\dot{\eta}_{z1}$  nesta seqüência. A matriz  $C_n$  define  $\theta$ , q, e 0.027 $\dot{\eta}_1$  como variáveis de saída onde o valor 0.027 é a inclinação do modo flexível que quando multiplicada pela variável  $\dot{\eta}_{z1}$  resulta na razão de arfagem induzida pelo primeiro modo flexível do modelo.

Um conjunto de modelos não simplificados com parâmetros aleatórios (conjunto G) é utilizado para avaliação do controlador. Cada modelo do conjunto G implementa quatro modos flexíveis além da dinâmica do profundor e do *control vane* totalizando quinze estados (contra sete do modelo simplificado). A matriz de saída C para os modelos não simplificados é mais realística do que sua equivalente no modelo nominal, pois considera as medições dos giroscópios influenciadas pelos quatro modos estruturais (e não somente o primeiro modo como em  $G_n$ ). Os parâmetros dos modelos do conjunto G são gerados a partir de uma distribuição normal com valor médio igual ao parâmetro nominal e desvio padrão conforme Tabela 1:

Tabela 1: Erro estatístico nos parâmetros do modelo completo

Classe de Parâmetros	Classe de Parâmetros	Erro (100 * 3σ)
Derivadas longitudinais no eixo $X_B$	$C_{x0}, C_{x\alpha}, C_{x\delta}, C_{x\dot{\alpha}}, C_{x\eta_i}, C_{x\dot{\eta}_i}$	30%
Derivadas longitudinais no eixo $Z_B$	$C_{z0}, C_{z\alpha}, C_{z\delta}, C_{z\dot{\alpha}}, C_{z\eta_i}, C_{z\dot{\eta}_i}$	30%
Derivadas de momento arfagem	$C_{m0}, C_{m\alpha}, C_{m\delta}, C_{m\dot{\alpha}}, C_{m\eta_i}, C_{m\dot{\eta}_i}$	30%
Massa, Inércia em Y	m, I <sub>yy</sub>	30%
Parâmetros modais	$\mu_i, \xi_i, \omega_{n,i}$	10%

As matrizes  $Q \in R$  foram escolhidas de forma interativa para atender ao critério de robustez. Para cada elemento do conjunto G determina-se a incerteza M(s) e calcula-se  $\overline{\sigma}(M(jw))$ . O conjunto de curvas  $1/\overline{\sigma}(M(jw))$  determina um limite superior de robustez garantida para a matriz de transferência de malha fechada  $T=G_nK(I+G_nK)^{-1}$ . Os valores singulares de T são "sintonizados" a partir de  $Q \in R$  de forma a não excederem as curvas  $1/\overline{\sigma}(M(jw))$ . O limite de robustez garantida e os valores singulares de T para o controlador projetado são ilustrados na Figura 3. As matrizes  $Q \in R$  são:



Figura 3: Barreira de robustez e v. singulares de  $T = G_n K (I + G_n K)^{-1}$ 

Os modelos são simulados para um degrau na referência de ângulo de arfagem (t=0 segundos) e para uma perturbação do tipo "doublet" somada ao comando de profundor (t=5 segundos). Para demonstrar a eficiência da atenuação da vibração estrutural um projeto semelhante é gerado onde a matriz Q não pondera o modo flexível (Q(7,7)=0)e a matriz R pondera brutamente o *control vane*. As matrizes Q e R que definem o controle sem atenuação são:

Os resultados de controle do modelo nominal e do conjunto de modelos completos são apresentados na Figura 4 e na Figura 5 respectivamente. O resultado do controle sem atenuação dos modos estruturais é apresentado na Figura 6.







Figura 6: Controle sem atenuação estrutural

# 4. CONCLUSÃO

Neste trabalho o modelo de (Waszak, Davidson e Schimidt, 1987) implementado por (Cardoso, 2007) é ampliado com modos adicionais e controlado utilizando a metodologia de (Lewis e Abu-Khalaf, 2006). A estimativa do primeiro modo estrutural é conseguida pela técnica apresentada em (Gregory, 1998) e a simulação de controle é aplicada em um conjunto de modelos não simplificados. Os resultados apresentam um bom controlador que rastreia o ângulo de arfagem e atenua o primeiro modo flexível. Os modos flexíveis de maior ordem não são diretamente atenuados, mas convergem rapidamente para um valor constante em suas respectivas coordenadas generalizadas. A robustez do controlador é demonstrada por um critério de incertezas multiplicativas e testada em um conjunto de modelos gerados pela inserção de erros aleatórios nos parâmetros do modelo não-linear que é posteriormente linearizado.

#### **5. REFERENCES**

Wasak, M. R., Schimidt, D.K., 1988, "Flight Dynamics of Aeroelastic Vehicles", J. Aircraft, vol. 25, nº 6, pp 563-571.

- Wasak, M. R., Schimidt, D.K., 1985, "Analysis of Flexible Aircraft Dynamics and Handling Qualities", NASA Contractor Report 177493.
- Wasak, M. R., Davidson, M. R., Schimidt, D.K., 1987, "A Simulation Study of the Flight Dynamics of Elastic Aicraft", NASA Contractor Report 4102.

Schimidt, D.K., Raney, D. L., 1998, "Modeling and Simulation of Flexible Flight Vehicle", AIAA Paper No. 98-4359.

Cardoso, G. O., 2007, "Projeto de um Controlador Robusto para o Movimento Látero-Direcional de Aeronaves Flexíveis". Tese de Mestrado, ITA.

Gregory, I. M, 1988, "Dynamic Inversion to Control Large Flexible Transport Aircraft" AIAA Paper, nº 98-37126.

Gadewadikar. J., Lewis, F. L., Abu-Khalaf, M., 2006, "Necessary and Sufficient Conditions for H∞ Static Output-Feedback Control" J. of Guidance, Control and Dynamics, vol. 29, nº 4.

Stevens, B. L., Lewis, F. L., 2003, "Aircraft Control and Simulation, 2<sup>nd</sup> Edition" John Wiley & Sons Inc.

#### **5. RESPONSIBILITY NOTICE**

Os autores são os únicos responsáveis pelo material incluído neste artigo.