

IDENTIFICAÇÃO DA DINÂMICA LONGITUDINAL DE UMA AEROVAE FLEXÍVEL VIA FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO

Alex Sandro Mendes Tostes, alex.tostes@yahoo.com.br
Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA

Luiz Carlos Sandoval Goes (Orientador)

Abstract. Este trabalho apresenta um metodologia de identificação de parâmetros via métodos recursivos, o filtro de Kalman estendido, aplicado a uma aeronave flexível cuja dinâmica longitudinal é abordada.

Keywords: Aeronave Flexível, Estimação de Parâmetros, Filtro de Kalman Estendido.

1. INTRODUÇÃO

Estimação de parâmetros e técnicas de identificação de sistemas permite ao engenheiro formar um modelo matemático de um sistema usando dados medidos de entrada e saída de uma planta. A indústria aeroespacial tem dado grande ênfase sobre identificação de sistemas de várias plataformas de vôo, pois os modelos matemáticos resultantes são úteis no projeto e gerenciamento de processos, especialmente para proposta de desenvolver elaborados ambientes de simulação e projeto de sistemas de controle. Técnicas de identificação de sistemas podem ser classificadas em dois grupos: *online* e *offline*.

Técnicas de identificação *offline* dependem de métodos iterativos que exploram a vantagem de ter um conjunto completo de dados disponíveis para o processamento, enquanto as técnicas *online* ou técnicas de identificação recursiva usam os dados a medida que eles se tornam disponíveis. Identificação recursiva de sistemas é uma poderosa ferramenta no projeto de leis de controle adaptativo, prognóstico de sistemas (monitoramento da “saúde” do sistema), e concepção de sistemas tolerantes a falhas. O aumento da disponibilidade de potência computacional embarcada indica o surgimento de novas aplicações utilizando algoritmos de estimação recursiva.

Técnicas de identificação recursiva de sistemas se baseiam principalmente na estimativa recursiva de parâmetros, onde dados de vôo são medidos através de sensores na aeronave e estima as derivadas aerodinâmicas requeridas em tempo real. Dados de vôo podem conter considerável quantidade de ruído, além disso, pode haver tendências e estados não observados no modelo do sistema que deve ser estimado, então técnicas de filtragem são geralmente empregadas. Métodos de filtragem estocástica é um procedimento de dois passos, consistindo de predição ou atualização de tempo e correção ou atualização de medida. O procedimento desenvolvido por Kalman fornece um estimador de estado seqüencial ótimo que é ideal para implementações recursivas. O filtro de Kalman (Kalman 1960) que assume distribuição gaussiana para as incertezas nos sistemas dinâmicos e utiliza os dois primeiros momentos do vetor de estado (média e covariância) na sua regra de atualização é um estimador linear seqüencial ótimo ideal para estimativas recursivas. No entanto, a maioria dos sistemas aeroespaciais envolve alguma forma de não linearidade, além do método de estimação de parâmetro de estado aumentado torna o problema de filtragem não linear, então técnicas de filtragem não linear devem ser utilizadas.

A técnica de filtragem não linear mais popular na indústria aeroespacial é o filtro de Kalman estendido (FKE) que utiliza linearizações instantâneas em cada passo de tempo para aproximar as não linearidades. O FKE pode ser difícil para sintonizar e implementar quando se trata de não linearidades significantes e exibe divergências em casos extremos. Apesar das suas deficiências teóricas, o FKE tem sido utilizado com sucesso em vários problemas de estimação de parâmetros aerodinâmicos.

Os problemas associados com o FKE foram grandemente atribuídos à aproximação introduzida pela linearização. O FKE aproxima a média e covariância usando uma aproximação de primeira ordem do sistema dinâmico

A dinâmica não linear de sistemas aeroespaciais e a presença de ruído e tendências nas medidas demandam que um algoritmo de filtragem não linear seja usado. Tradicionalmente o FKE tem sido usado para proposta de estimação recursiva.

Neste trabalho a dinâmica longitudinal simplificada de uma aeronave flexível é analisada através de dados gerados por um modelo *simulink* de aeronave flexível (Andrade, Bruno Gomes de, 2006) adaptado para este trabalho.

2. DESENVOLVIMENTO

Estimação de parâmetros através de um desenvolvimento de filtragem é um procedimento indireto, consistindo da transformação de um problema de estimação de parâmetros em um problema de estimação de estados. Isto é feito pelo aumento do vetor de estado do sistema adicionando artificialmente os parâmetros desconhecidos como variáveis de estados adicionais. É importante notar que tal formulação tornará o problema efetivamente de forma não linear independente se um modelo de estimação linear é usado ou de outra maneira. Esta não linearidade se manifesta a partir do produto dos estados.

Para representar melhor a realidade um modelo de estimação contínuo é utilizado, enquanto que para facilidade de aplicações em tempo real as medidas são obtidas em tempos discretos e um algoritmo de filtragem discreta é utilizado.

2.1. Legendas

x	vetor de estado
y	vetor de observação
z	vetor de medidas
u	vetor de entrada
Θ	vetor de parâmetros desconhecidos
f e g	funções não lineares
F e G	matriz de covariância de ruído de processo e medida
N	número de pontos discretos
Δt	amostragem
k	índice discreto
FKE	Filtro de Kalman Estendido

2.2. O Filtro de Kalman Estendido

Os sistemas dinâmicos são representados numa forma genérica de espaço de estados contínuos junto com uma equação de medidas discreta de acordo com a equação (1),

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f[x(t), u(t), \beta] + Fw(t), & x(t_0) &= x_0 \\ y(t) &= g[x(t), u(t), \beta] \\ z(k) &= y(k) + Gv(k), & k &= 1, \dots, N \end{aligned} \quad (1)$$

O vetor de parâmetros desconhecidos está representado na equação (2),

$$\Theta^T = \{\beta^T; \Delta z^T; \Delta u^T\} \quad (2)$$

Considera-se constante os parâmetros do sistema como a saída de um sistema dinâmico de acordo com a equação (3)

$$\dot{\Theta} = 0 \quad (3)$$

O vetor de estado aumentado é então definido na equação (4),

$$x_a = \begin{bmatrix} x \\ \Theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

O sistema estendido é apresentado na equação (5)

$$\begin{aligned} \dot{x}_a(t) &= f_a[x_a(t), u(t), \beta] + F_a w_a(t) \\ &= \begin{bmatrix} f[x(t), u(t), \beta] \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(t) \\ 0 \end{bmatrix} \\ y(t) &= g_a[x_a(t), u(t)] \\ z(k) &= y(k) + Gv(k) \end{aligned} \quad (5)$$

Onde o subscrito “a” representa as variáveis aumentadas.

Para o sistema aumentado da equação (5) o FKE consiste de uma extrapolação (predição) e uma etapa de atualização apresentadas abaixo. A notação “til” (\sim) e “chapéu” ($\hat{}$) indicam variáveis preditas e atualizadas (corrigidas), respectivamente.

Predição:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_a(k) &= \hat{x}_a(k-1) + \int_{t(k-1)}^{t(k)} f_a[\tilde{x}_a(t), \bar{u}(k)] dt \\ \tilde{y}(k) &= g_a[\tilde{x}_a(k), u(k)] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\tilde{P}_a(k) \approx \Phi_a(k) \tilde{P}_a(k-1) \Phi_a^T(k) + \Delta t F_a F_a^T \quad (7)$$

Com as seguintes condições iniciais,

$$\hat{x}_a(1) = x_{a0} \quad \hat{P}_a(1) = P_{a0} \quad (8)$$

Os valores médios ou interpolados da entrada entre os pontos k-1 e k é variável \bar{u} , e $\Phi_a = e^{A_a \Delta t}$ denota a matriz de transição de estados em tempo discreto do sistema aumentado, a equação (9) abaixo representa o processo de linearização para matriz de estado. A linearização pode ser tomada usando uma implementação numérica da fórmula de diferença central em torno da última melhor estimativa de estado de cada passo discreto.

$$A_a(k) = \left. \frac{\partial g_a}{\partial x_a} \right|_{x_a = \tilde{x}_a(k-1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial \Theta} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \Big|_{x_a = \tilde{x}_a(k-1)} \quad (9)$$

Atualização:

$$\begin{aligned} K_a(k) &= \tilde{P}_a(k) C_a^T(k) [C_a(k) \tilde{P}_a(k) C_a^T(k) + G G^T]^{-1} \\ \hat{x}_a(k) &= \tilde{x}_a(k) + K_a(k) [z(k) - \tilde{y}(k)] \\ \hat{P}_a(k) &= [I - K_a(k) C_a(k)] \tilde{P}_a(k) \\ &= [I - K_a(k) C_a(k)] \tilde{P}_a(k) [I - K_a(k) C_a(k)]^T + K_a(k) G G^T K_a^T(k) \end{aligned} \quad (10)$$

A matriz de medida linearizada está representada na equação (11), obtida de forma análoga a da equação (9),

$$C_a(k) = \left. \frac{\partial g_a}{\partial x_a} \right|_{x_a = \tilde{x}_a(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial \Theta} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \Big|_{x_a = \tilde{x}_a(k)} \quad (11)$$

O algoritmo de “Runge-Kutta” foi usado para integração da equação (7), a matriz de transição de estado pode ser aproximada usando a aproximação de “Padè” ou expansão em série de Taylor, nesse caso foi utilizado o segundo método. $P_a(0)$ representa a estimativa inicial de estado e deve ser especificada a priori. Na ausência de qualquer conhecimento a priori dos valores dos parâmetros é comum assumir valores altos para $P_a(0)$. Os valores de FF^T e GG^T , isto é, as matrizes de covariância de ruído de processo e medida respectivamente devem ser especificadas a priori. A matriz de covariância de ruído de medida GG^T pode ser calibrada usando medidas de laboratório dos sensores para assegurar uma boa filtragem. A matriz de covariância de ruído de processo FF^T é, entretanto mais difícil de determinar e um método de tentativa e erro é adotado se nenhum outro método disponível for encontrado. Neste trabalho não se considera o problema de filtragem adaptativa, o qual tenta adaptar as características desconhecidas do ruído.

A propagação da matriz da de covariância P na equação (9) é uma aproximação para um pequeno Δt . Ela ignora termos de ordem superiores de uma expansão em série de Taylor para a propagação da matriz de covariância. Esses

termos ignorados podem conter efeitos de ordem superior que afetam a desempenho do filtro. Isto torna o FKE uma aproximação de primeira ordem do Filtro de Kalman. O FKE exibe melhor desempenho se o sistema sob consideração é aproximadamente linear, enquanto que sistemas fortemente não lineares e valores incorretos dos ruídos estatísticos podem resultar em estimativas tendenciosas e no pior caso levar a divergência.

2.3. Modelo Longitudinal da Aeronave Flexível

Uma formulação linearizada para dinâmica longitudinal de uma aeronave flexível em vôo nivelado estável pode ser encontrada em (Newman, B. e Schmidt, 1991). Uma aproximação da dinâmica de período curto é apresentada abaixo de acordo com o trabalho de (Livneh, R. e Schmidt, D. K., 1995):

$$\frac{Z_{\delta}}{V_{T=1}} \quad (12)$$

Para facilitar a análise e adequar o modelo a ser estimado ao algoritmo de estimação proposto por (Chowdhary, G. e Jategaokar, R., 2006), a equação(12) é transformada na equação abaixo:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \theta \\ \eta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \delta \quad (13)$$

Onde temos :

α = ângulo de ataque

θ = ângulo de arfagem

η_1 = deslocamento do primeiro modo (eixo z)

δ = deflexão do profundor

Onde os coeficientes (a_{ij} e b_i) são os parâmetros a serem estimados neste trabalho, estando eles relacionados com as derivadas aerodinâmicas e elásticas do modelo.

2.4. Projeto do Experimento

Os dados do modelo obtidos por simulação para identificação foram observados a uma taxa de amostragem de 20 amostras por segundo, foi considerado como entrada a deflexão do profundor e saídas o ângulo de ataque, ângulo de arfagem e o deslocamento com relação ao primeiro modo respectivamente.

2.5. Figuras e Tabelas

A figura (1) é o modelo “*simulink*” usado como plataforma geradora de dados, a figura (2) o detalhe do acoplamento entre a dinâmica rígida e flexível, as demais figuras representam o resultado da estimação e a convergência dos parâmetros do modelo estimado.

A tabela (1) está os valores dos parâmetros estimados.

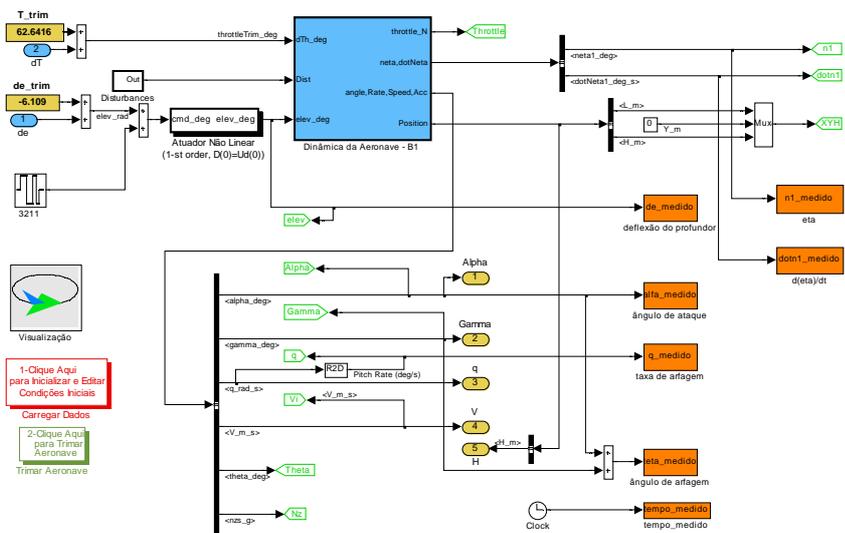


Figura 1. modelo “simulink” da dinâmica longitudinal de uma aeronave flexível

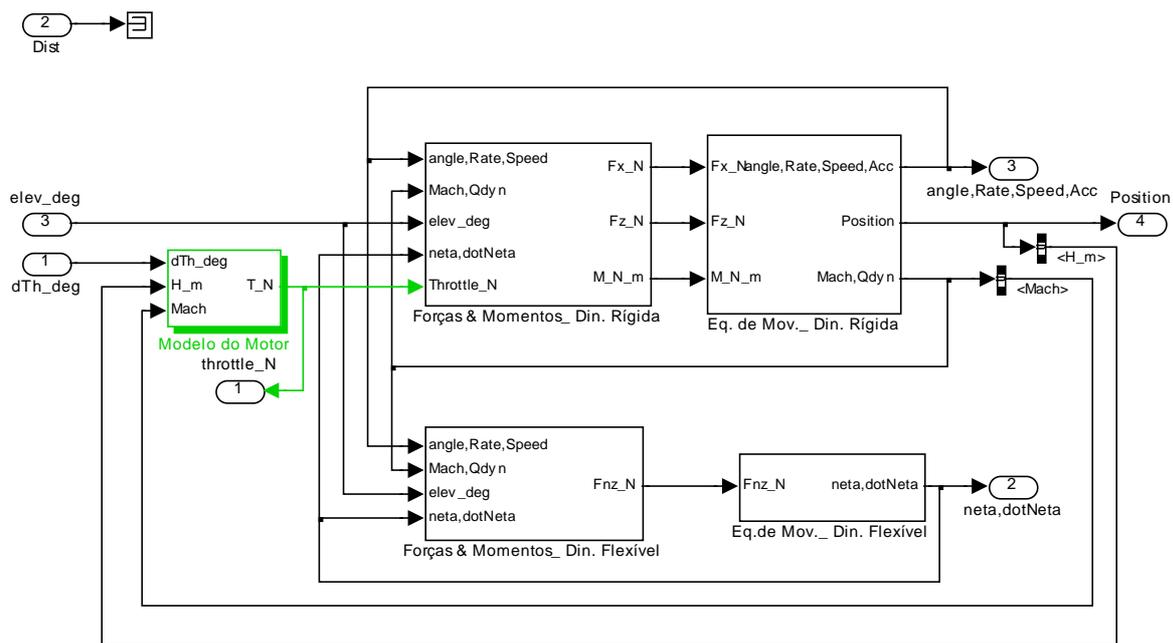


Figura 2. Detalhes do modelo (acoplamento entre dinâmica rígida e flexível)

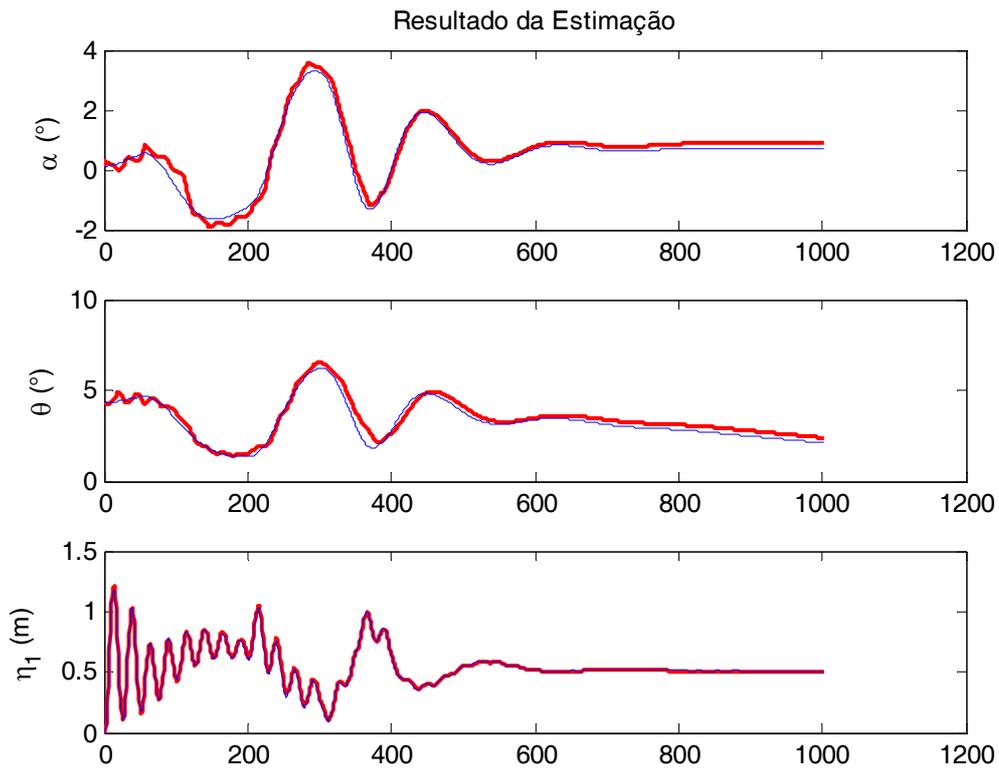


Figura 3. Resultado da Estimação (vermelho=estimado, azul=medido)

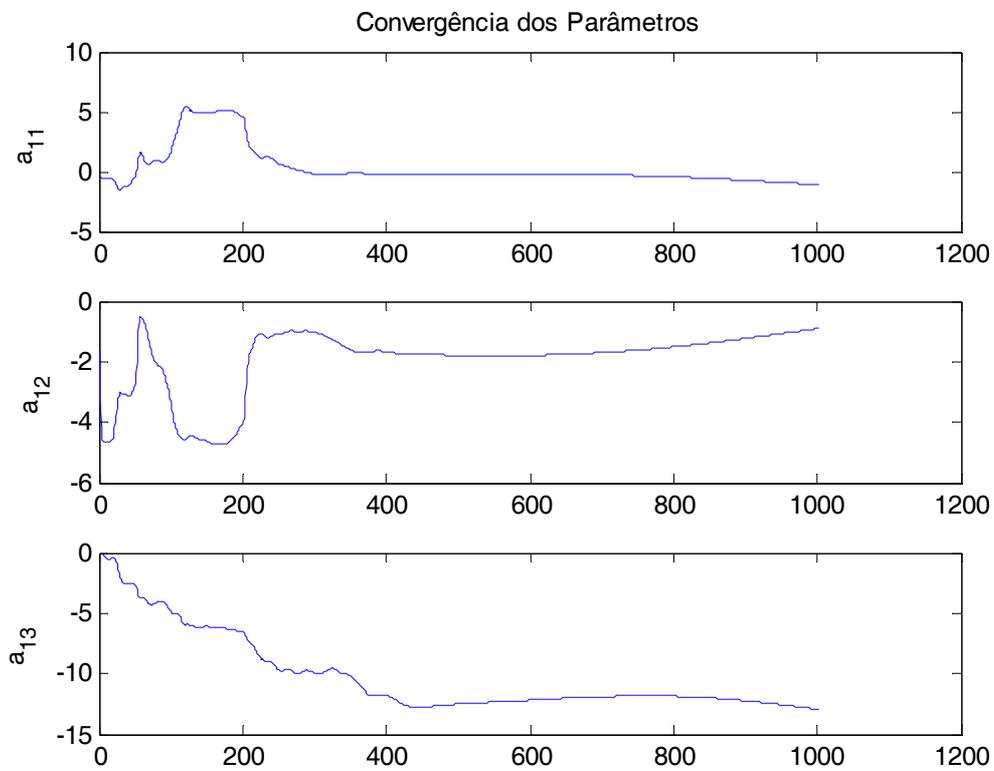


Figura 4. Convergência de a_{11} , a_{12} e a_{13}

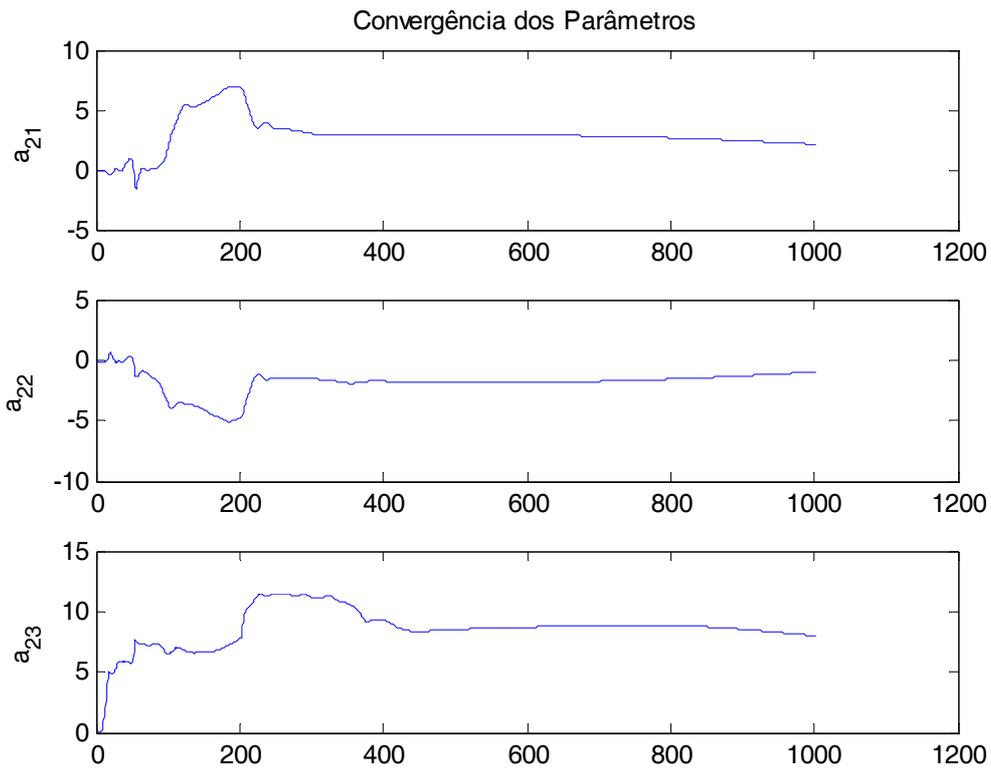


Figura 5. Convergência de a_{21} , a_{22} e a_{23}

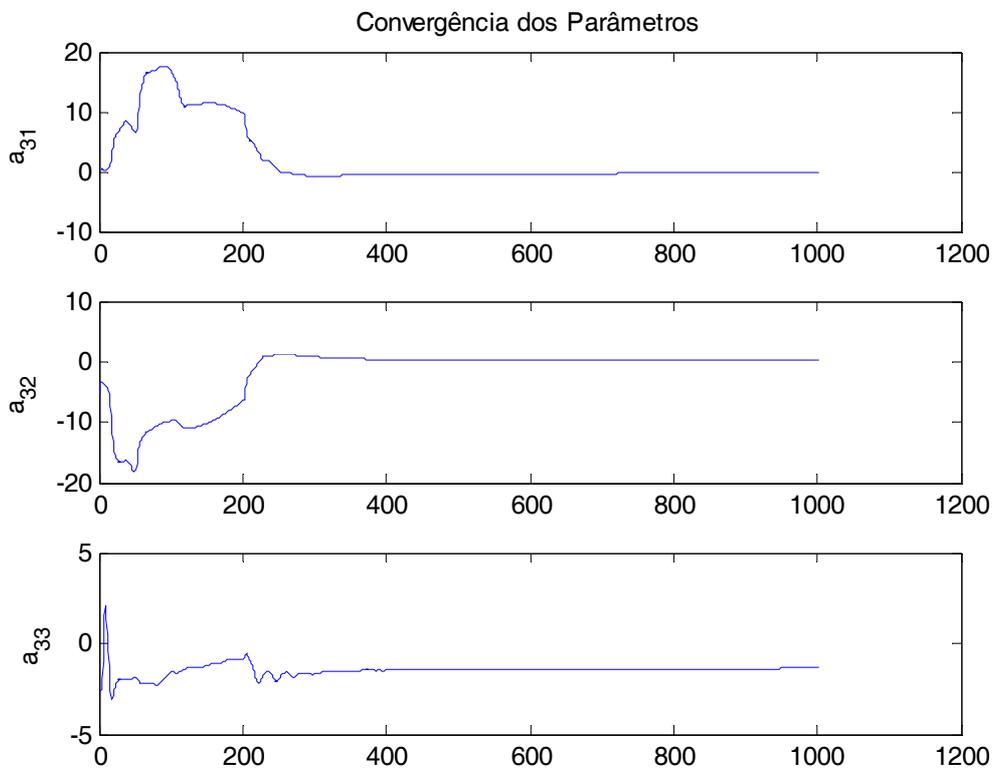


Figura 6. Convergência de a_{31} , a_{32} e a_{33}

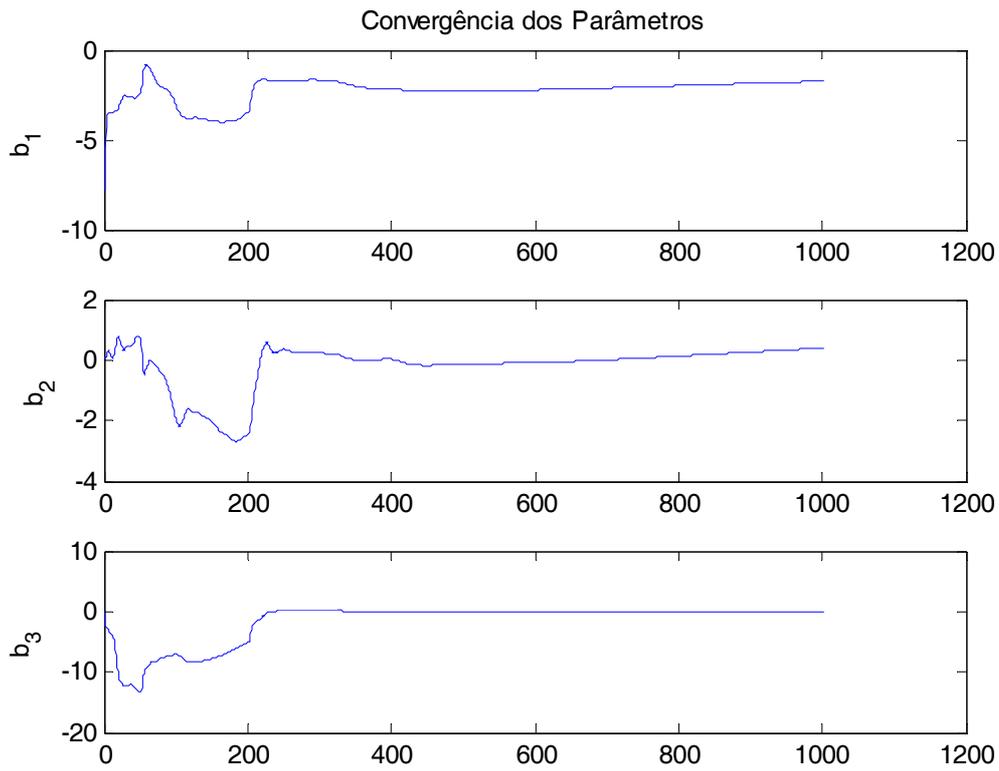


Figura 7. Convergência de b_1 , b_2 e b_3

Tabela 1. Resultado da Estimação dos Parâmetros do Modelo.

		Valor do parâmetro	Desvio padrão	Desvio padrão relativo %
1	a_{11}	-1.0824	0.1453	13.42
3	a_{12}	-0.92492	0.073562	7.95
3	a_{13}	-12.911	0.94302	7.30
4	a_{21}	2.1391	0.13192	6.17
5	a_{22}	-1.0165	0.076584	7.53
6	a_{23}	8.0204	0.79926	9.97
7	a_{31}	-0.14755	0.12689	86.00
8	a_{32}	0.23127	0.085723	37.07
9	a_{33}	-1.3497	0.6092	45.14
10	b_1	-1.7535	0.092218	5.26
11	b_2	0.38347	0.081541	21.26
12	b_3	-0.0015461	0.065897	4262.25

3. CONCLUSÃO

Os resultados apresentados demonstram que algoritmo foi capaz de mapear com boa precisão os três estados do modelo considerado. Os valores estimados dos parâmetros, principalmente os seis primeiros, onde se relacionam mais diretamente com as derivadas aerodinâmicas e elásticas foram considerados satisfatórios.

O Filtro de Kalman Estendido demonstrou eficiente em problemas dessa natureza, variação de valores na matriz de covariância pode produzir outros resultados interessantes do problema.

Uma análise mais detalhada poderá ser feita em trabalhos futuros, relacionando os parâmetros estimados com os valores exatos das derivadas, assim como a utilização de dados reais de vôo.

4. REFERÊNCIAS

- Andrade, Bruno Gomes de. Estudo da dinâmica de aeronaves flexíveis e modelos de ordem reduzida. 2006. 157f. Dissertação de Mestrado – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.
- Chowdhary, G. and Jategaokar, R., 2006, “Aerodynamic Parameter Estimation from Flight Data Applying Extended and Unscented Kalman Filter”, AIAA AFM.
- Livneh, R. and Schmidt, D. K., 1995, “Unified Literal Approximations for Longitudinal Dynamics of Flexible Flight Vehicles”, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol 18, No. 5, pp. 1074-1083.
- Newman, B. and Schmidt, D. K. 1991, “Numerical and Literal Aeroelastic-Vehicle-Model Reduction for Feedback Control Synthesis”, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol 14, No. 5, pp. 943-953..

5. NOTA DE RESPONSABILIDADE

O autor é o único responsável pelo material deste trabalho.